

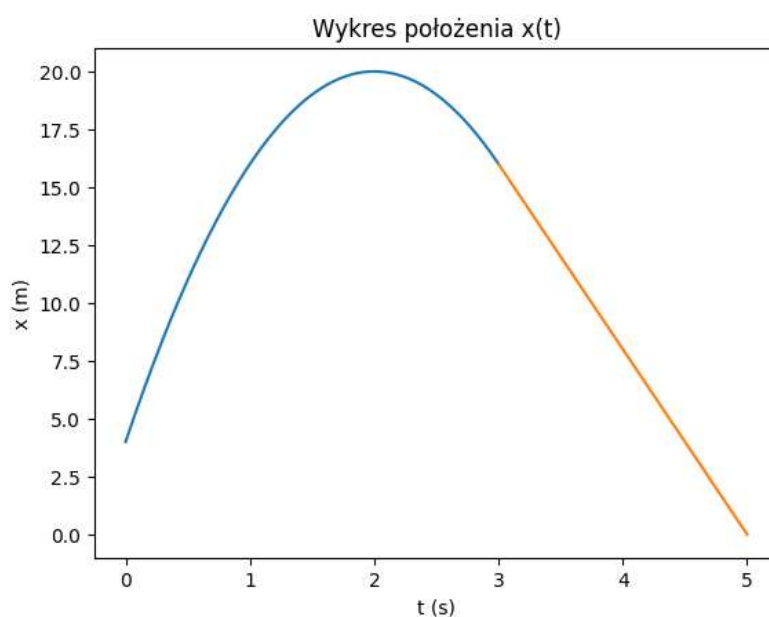
Zadanie z kinematyki

Ciało C porusza się wzdłuż osi x . Zależność współrzędnej położenia x ciała C od czasu t opisują równania:

$$x = x(t) = \begin{cases} 4 + 16t - 4t^2 & \text{dla } 0 \leq t \leq 3 \text{ s} \\ 40 - 8t & \text{dla } 3 \text{ s} < t \leq 5 \text{ s} \end{cases}$$

Wszystkie współczynniki w tych równaniach wyrażone są domyślnie przy pomocy jednostek podstawowych układu SI.

Narysuj wykres zależności położenia x od czasu t .



Można go też łatwo naszkicować analitycznie.

1. Przedział $0 \leq t \leq 3 \text{ s}$

$$x(t) = 4 + 16t - 4t^2$$

Jest to **parabola skierowana ramionami w dół**.

Ważne punkty:

- $t = 0 \text{ s}$

$$x(0) = 4 \text{ m}$$

- wierzchołek paraboli

$$t_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-4)} = 2 \text{ s}$$

$$x(2) = 4 + 32 - 16 = 20 \text{ m}$$

- $t = 3 \text{ s}$

$$x(3) = 4 + 48 - 36 = 16 \text{ m}$$

Czyli parabola przechodzi przez punkty (0,4), (2,20), (3,16),

2. Przedział $3 \text{ s} < t \leq 5 \text{ s}$

$$x(t) = 40 - 8t$$

Jest to **linia prosta malejąca**.

Punkty charakterystyczne:

$$x(3) = 16 \text{ m}$$

$$x(5) = 0 \text{ m}$$

Czyli od punktu

$$(3, 16)$$

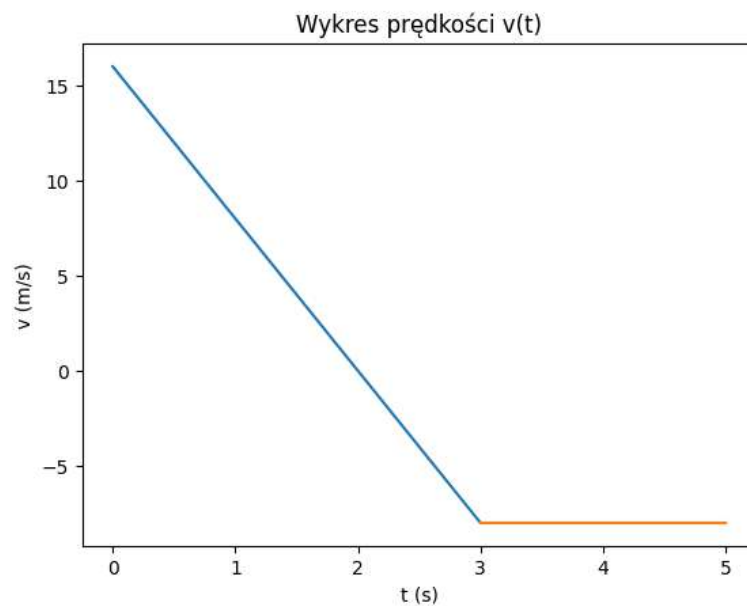
do

$$(5, 0)$$

3. Jak narysować wykres na kartce?

1. Zaznacz punkty
(0, 4), (2, 20), (3, 16).
2. Narysuj **parabolę** przez te punkty (do $t = 3 \text{ s}$).
3. Od punktu (3, 16) narysuj **prostą malejącą** do (5, 0).

Narysuj wykres prędkości od czasu.



Najpierw wyznaczmy prędkość z definicji:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

1. Przedział $0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$

$$x(t) = 4 + 16t - 4t^2$$

$$v(t) = \frac{d}{dt}(4 + 16t - 4t^2) = 16 - 8t$$

Jest to funkcja liniowa.

Wartości charakterystyczne:

- $t = 0 \text{ s} \rightarrow v = 16 \text{ m/s}$
- $t = 3 \text{ s} \rightarrow v = 16 - 24 = -8 \text{ m/s}$

Czyli od 0 do 3s prędkość maleje liniowo od 16 do -8 m/s .

2. Przedział $3 \text{ s} < t \leq 5 \text{ s}$

$$x(t) = 40 - 8t$$

$$v(t) = \frac{d}{dt}(40 - 8t) = -8$$

Prędkość jest stała:

$$v = -8 \text{ m/s}$$

3. Postać funkcji prędkości

$$v(t) = \begin{cases} 16 - 8t & 0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s} \\ -8 & 3 \text{ s} < t \leq 5 \text{ s} \end{cases}$$

4. Opis wykresu

- od $t = 0$ do $t = 3 \text{ s}$: **prosta malejąca** od punktu $(0, 16)$ do $(3, -8)$,
- od $t = 3$ do $t = 5 \text{ s}$: **linia pozioma**
 $v = -8 \text{ m/s}$.